КОНСПЕКТ

УРОКА ОБОБЩЕНИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИИ ЗНАНИЙ

ПО ТЕМЕ:

**«ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»**

***«…нет ни одной области в математике,***

***которая когда-либо не окажется применимой***

***к явлениям действительного мира…»***

**Н.И. Лобачевский**

**Тема урока: Производная и её применение (2 часа)**

**Цели урока:**

*Общеобразовательные:*

- обобщить и систематизировать знаний по теме «Производная и её применение»;

- углубить понимание сущности производной путём применения её для получения новых знаний;

- установить межпредметные связи.

*Развивающие:*

- способствовать формированию умений у обучающихся применять теоретические знания при решении практических заданий по математике и жизненных задач;

- способствовать развитию у учащихся навыков логических рассуждений;

- способствовать развитию у учащихся умения моделировать, особенно, умения переводить с бытового языка на математический и наоборот, что является необходимым условием развития компетентности в области математики у выпускника;

- способствовать развитию творческой стороны мышления и навыков аналитической работы при выполнении проектной деятельности. Формировать навыки оформления результатов умственного труда.

*Воспитательные:*

способствовать формированию и развитию:

- навыков критического отношения к проделанной работе;

- чувства ответственности за личную и коллективную деятельность;

- умений и навыков работы в группе;

- познавательного интереса к учебному предмету.

**Тип урока:** комбинированный .

**Оборудование:** индивидуальные карточки, карточки с домашним заданием, таблица производных, лист с заданием по группам, компьютер, мультимедиапроектор, компьютерная презентация по теме, творческие работы учеников.

**Ход урока.**

1. Организационный момент (1 мин.)
2. Постановка цели. Мотивация учебно-познавательной деятельности обучающихся (1 мин). Сообщить о контрольной работе.
3. Актуализация прежних знаний (8-10 минут)

Перед опросом четырем ученикам выдаются индивидуальные карточки (приложение 1)

1) Разгадывание кроссворда

1. Прямая, проходящую через точку формула, с отрезком которой практически сливается график функции при значениях х сколь угодно близких к формула. 2. Предел отношения приращения функции http://www.mathprofi.ru/i/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi_clip_image108.gif к вызвавшему его приращению аргумента http://www.mathprofi.ru/i/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi_clip_image023_0003.gif в этой точке при http://www.mathprofi.ru/i/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi_clip_image075_0000.gif называется …3. Приращение какой переменной обычно обозначают ∆х? 4. Если существует предел в точке *a* и этот предел равен значению функции в точке *а*, то в этой точке функцию называют …5. Если для всех x из некоторой окрестности  выполняется неравенство f(x) ≥ f(), то точка называется точкой... 6. Эта величина определяется как производная скорости по времени. 7. Если функцию y=f(x)=g(h(x)) , где y=g(t) и t=h(x) - некие функции , то функцию f называют…

Ответы к кроссворду

Я

А

Н

Ь

**Л**

Е

Т

А

С

А

К

Я

**А**

Н

Д

О

В

З

И

О

Р

П

Т

Н

Е

М

У

**Г**

Р

А

Я

А

Н

В

Ы

**Р**

Е

Р

П

Е

Н

М

У

М

И

С

К

**А**

М

Е

И

**Н**

Е

Р

О

К

С

У

Я

А

Н

**Ж**

О

Л

С

2)параллельно устный опрос

* + Определение производной.
  + Дифференцированность функции в точке.
  + Правила дифференцирования.
  + Таблица производных.
  + Геометрический смысл производной.
  + Физический смысл производной.
  + Уравнение касательной.

Найдите ошибку:

|  |  |
| --- | --- |
| f(х) | f′(х) |
| хn | n хn+1 |
| соsх | sinх |
| 3 | 9 |
| х | х2 |
| sinх | tgх |
| сtgх | 1/ sin2х |
| √х | 1/√х |

Анализ найденных ошибок.

* 1. Задание: найдите ошибку, если она есть.

1. 
2. 
3. 
4. 

Анализ найденных ошибок.

4) Работа с графиками

На рисунке изображен график функции у = f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой х. Найдите значение производной в точке х0.

1)-2 2) 1,5 3) 3 4) 0



У=f(х)



У=f(х)



Найти точку х, в которой функция принимает наименьшее (наибольшее) значение



1. Проверка домашнего задания по образцу (во время проверки повторяется необходимый теоретический материал) – 5 мин.:
   * Условия монотонности функции.
   * Нахождение экстремумов функции.
   * Алгоритм построения графиков функций с помощью производной.
   * Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на интервале.

*f(x)=* и построить эскиз её графика.

1. .

2. 

3. 

4.  при х=0, х=2, х=-2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | –2 |  | 0 |  | 2 |  |
|  | \_ | 0 | + | 0 | \_ | 0 | + |
|  | 🡮 | -7 | 🡭 | -3 | 🡮 | -7 | 🡭 |
|  |  | min |  | max |  | min |  |

Какой линией соединить имеющиеся точки графика, чтобы она более точно передавала свойства заданной функции?

Предлагается 4 варианта соединения точек. Какой из них верный?

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |

Ответить на вопрос, можно вспомнив, что во всех найденных точках экстремумов производная равна нулю. Значит, касательные к графику функции в этих точках должны быть параллельны оси ***ОХ***. Это возможно только на рисунке 4. Таким образом, линия представленная на рисунке 4, наиболее точно отражает свойства заданной функции.

1. Закрепление изученного материала (решение заданий, аналогичных заданиям ЕГЭ) – 28 - 30 минут.

1) Найдите значение , если .

**Решение**. Данная функция определена и дифференци­руема на множестве всех действительных чисел.

Сначала упростим формулу, задающую функцию. Для этого применим свойство логарифмов.

. Используем формулу для нахождения производной синуса.

*=*cos *х*,значит, .

Ответ: .

2) Напишите уравнение касательной к графику функции , проходящей через точку ***Р***(2*;* 0). В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.

**Решение.** Точка ***Р***(2; 0) не лежит на графике функции ,поэтому напишем уравнение касательной к графику данной функции в общем виде.

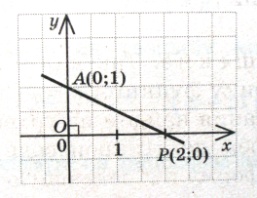
Имеем: . (\*)

Точка Р(2; 0) лежит на касательной, подставим ее координаты в уравнение (\*)



тогда уравнение (\*) имеет вид: *у=*-0,5 *х* + 1.

Найдем площадь треугольника, образованного этой касатель­ной и осями координат.



.

**Ответ:** 1.

3) Помните рассказ о бароне Мюнхаузене ? Пушка стреляет под углом к горизонту. На ядре сидит барон Мюнхаузен. Определите характер движения ядра, если υoy = 15 м/с , g≈ 10 м/ с2, уо =0.

**Решение** . Имеет место равноускоренное движение по закону gt2

y(t) = 15t - 5t2.

Найдем скорость υу.

υу = у'(t),

υу = 15 - 10t.

Движение совершается по параболе.

В наивысшей точке подъёма υу = 0, у'(t) =0, 15 - 10t =0, t = 1,5.

Для параболы в её вершине функция у(t) достигает своего максимального значения.

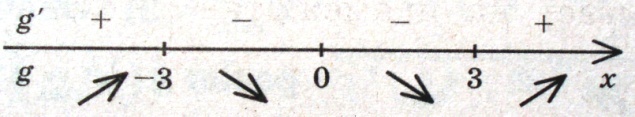
***Вопрос***. Какая связь между производной и функцией ?

***Ответ***. Когда у'(t) = 0, функция принимает максимальное значение.

4) Найдите точки экстремума функции .

**Решение.** Функция *g(x)* определена и дифференцируе­ма на **R**. В точках экстремума функции *g(x)* производная функ­ции *g'(х)* меняет знак. Найдем *g' (x)* и исследуем ее знак.

Имеем: .



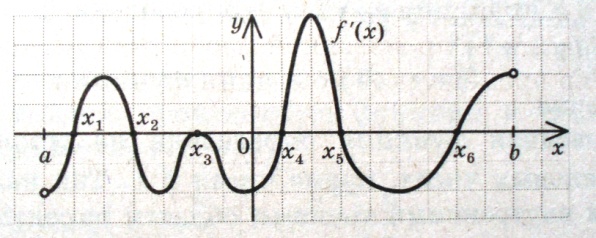
Функция имеет две точки экстремума: =-3, =3.

Ответ: =-3, =3.

*Замечание.* Функция  имеет три крити­ческие точки -3, 0 и 3.

1. **(устно)**

На рисунке изображен график производной неко­торой функции *у=*, заданной на промежутке (а;b)*.* Сколь­ко точек минимума имеет функция  на этом промежутке?



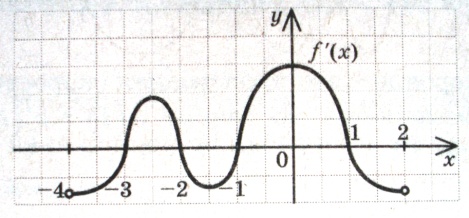
В точках минимума производная меняет знак с минуса на плюс. Таких точек три: .

Ответ: функция *y*= имеет три точки минимума.

***Замечание****.* Данная функция имеет две точки максимума (производная в этих точках меняет знак с плюса на минус): и *х* 5. И шесть критических точек: *.*

1. **(устно)**

Функция *у*= определена на промежутке (-4; 2). График ее производной изображен на рисунке. Ука­жите число промежутков убывания функции.

**Решение.** Так как <0 на промежутках (4;-3),

(-2;-1), (1;2), то число промежутков убывания равно 3.

**Ответ:** функция *у*=имеет три промежутка убывания.

***Замечание****.* Функция *у= f(x)* имеет два промежутка возрастания.

Дополнительное задание (для учащихся, работающих индивидуально):

При торможении маятник за t секунд поворачивается на угол  φ = 5+6t-t2 ( φ - в радианах). Найти угловую скорость ω маятника в момент  t=2 с: угловое ускорение в момент времени  t: момент времени t , когда маятник остановится.

Решение.

 Угловая скорость ω – скорость изменения угла φ за время Δt. Угловая скорость – производная от угла поворота φ по времени.

ω = φ′(t) = 6 - 2t.

ω(2) = 6 - 2∙2 = 6-4 = 2 (рад/с)

Угловое ускорение – производная от угловой скорости по времени t.

ε = ω′(t)

ε = - 2 рад/с2

В момент остановки маятника ω = 0: ω = 6 - 2t.

1. Презентация творческих работ обучающихся (12 – 13 минут)

* Работа "[Производная в химии и биологии](http://ipk.admin.tstu.ru/sputnik/index/str/elekron_bibliot.files/Jornal/Vio_31/cd_site/Articles/pril2.ppt) "
* Работа "[Применение производной в физике](http://ipk.admin.tstu.ru/sputnik/index/str/elekron_bibliot.files/Jornal/Vio_31/cd_site/Articles/pril3.ppt)"
* Работа "[Применение производной в географии](http://ipk.admin.tstu.ru/sputnik/index/str/elekron_bibliot.files/Jornal/Vio_31/cd_site/Articles/pril4.ppt)"

В результате в тетрадях заполняется таблица.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Понятие на естественном языке** | **Обозначения** | **Понятие на математическом языке** |
| Относительный прирост в данной момент времени | art_2_8-1_clip_image006 | Р = ( t) |
| Средняя скорость химической реакции | art_2_8-1_clip_image008 | V /(t) =(t) |
| Удельная теплоемкость тела | art_2_8-1_clip_image010 | C(t) = (t) |
| Сила тока | art_2_8-1_clip_image012 | I =  (t) |
| ЭДС | art_2_8-1_clip_image014 | E = -  ( t) |

1. Закрепление изученного материала (решение заданий, аналогичных заданиям ЕГЭ) – 13 -14 мин.

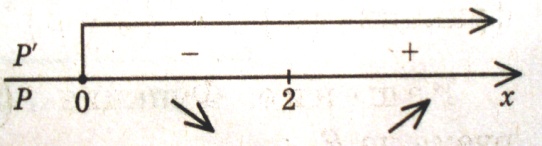
7) Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен 4 см3, а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.

**Решение.** Обозначим через х высоту, т.е. длину боко­вого ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны х и , а периметр основания . Исходя

из смысла задачи, переменная х принимает только положи­тельные значения.

Исследуем функцию  на наименьшее значение при . Для этого найдем производную функции и исследуем ее знак на промежутке (0;+).

Имеем: .

Так  является единственной критической точкой на промежутке (0; +), то функция *Р(х)* принимает в этой точ­ке наименьшее значение, рав­ное Р(2) = 6. Полученный результат означает, что наименьший периметр основания имеет прямоугольный параллелепипед с боковым ребром, равным 2 см, и сторонами в основании 2 см и 1 см.

**Ответ:** **6** см.

8) При каких значениях *b* прямая *y=bx* является касательной к параболе ?

**Решение.** Для того, чтобы прямая *у = bх* была каса­тельной к параболе  в точке с абсциссой *х0*,необходимо и достаточно, чтобы:

1) значенияобеих функций при *х = х0* совпадали;

2) угловой коэффициент прямой *у = bх* был равен значению производной функции в точке *x0*.

Решим систему:



Подставив выражение для *b* в первое уравнение системы**,** получим



И искомые значения *b* равны -6 и 2.

**Ответ:** при *b*= - 6, *b*=2.

1. Работа в группах ( 15 мин.)

Обучающиеся работают в группах по заданиям. Перед ними ставится следующая цель: необходимо использовать предоставленное время для того, чтобы все члены группы до конца уяснили суть данных заданий и отработали алгоритм их выполнения. Можно консультироваться с товарищами, получить консультацию у преподавателя.

**Вариант I**

1. Найдите минимум функции .

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

 в его точке с абсциссой х0 = – 2.

3. При каком наибольшем значении **а** функция 

убывает на всей числовой прямой?

**Вариант II.**

1. Найдите минимум функции y =x3 –x2 – 15x + 35,5.

2. Найдите сумму координат точки пересечения касательной, проведенной к графику функции f(x) = 2x2 – 3x – 3 в его точке с абсциссой *х0 = – 2*, с осью абсцисс.

3. При каком наименьшем натуральном значении параметра **m** уравнение

x3+x2-15x=m имеет ровно один корень?

**Вариант III.**

1. Найдите максимум функции у = -x3- x2+2x + 8.

2. Точка движется по координатной прямой согласно закону S(t) = 9 – 5t + 2t4.

Найдите ее скорость в момент времени *t = 3.*

3. При каком наибольшем значении **а** функция *f*(x)= x3-ax2 +7ax +5

возрастает на всей числовой прямой?

1. Выполнение творческого задания (2 мин).

Отыщите функцию, среди предложенных, исходя из её «автобиографии»:

*Я – функция сложная, это известно,*

*Ещё расскажу, если Вам интересно,*

*Что точку разрыва и корень имею,*

*И есть интервал, где расти не посмею.*

*Во всём остальном положительна, право.*

*И это конечно не ради забавы.*

*Для чисел больших я стремлюсь к единице.*

*Найдите меня среди прочих в таблице.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| У=0,25х4 | У=х3-0,5х2-2х+3 | У= |
| У= | У= | У= |
| У=(х2-1)2 | У=х(1-х) | У= |

(«Автобиография» принадлежит функции У=)

1. Подведение итогов. Задание на дом на карточках.

Рефлексия деятельности (1 мин).

Преподаватель предлагает продолжить фразу:

«Сегодня на уроке я научился…»

«Сегодня на уроке я повторил…»

«Сегодня на уроке я закрепил…»

«Зачем мы учимся дифференцировать функции?»

Преподаватель подводит итог работы на уроке, отмечает активных обучающихся. Сообщается им кому и на какие вопросы необходимо обратить внимание, при подготовке к контрольной работе.